

CURVAS DE ÍNDICE DE SITIO BASADAS EN MODELOS MIXTOS PARA PLANTACIONES DE TECA (*Tectona grandis* L. F.) EN LOS LLANOS DE VENEZUELA

SITE INDEX CURVES BASED ON MIXED MODELS FOR TEAK (*Tectona grandis* L. F.) PLANTATIONS IN THE VENEZUELAN PLAINS

Mauricio Jerez-Rico^{1*}, Ana Y. Moret-Barillas¹, Omar E. Carrero-Gómez¹,
Raúl E. Macchiavelli², Ana M. Quevedo-Rojas¹

¹Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. (jerez@ula.ve). ²Universidad de Puerto Rico. Mayagüez, Puerto Rico.

RESUMEN

Las curvas de índice de sitio sirven para clasificar los terrenos en función de su capacidad productiva para una especie forestal. En este estudio se usaron modelos lineales y no lineales mixtos para desarrollar curvas de índice de sitio para teca (*Tectona grandis* L. F.) en los Llanos Occidentales de Venezuela con datos de parcelas permanentes y temporales, abarcando más de 30 años de mediciones. El modelo de Schumacher en sus formas lineal y no lineal se ajustó usando variantes de efectos fijos y efectos mixtos. El análisis de los resultados muestra un mejor ajuste de los modelos no lineales mixtos respecto a los otros modelos en términos de sesgo y precisión, mostrando la conveniencia de usar modelos que consideren mediciones repetidas en una misma parcela. Las curvas de índice de sitio generadas muestran la variabilidad del crecimiento de esta especie en Venezuela en las áreas apropiadas para su establecimiento con un manejo tradicional.

Palabras clave: *Tectona grandis* L. F., calidad de sitio, curvas de índice de sitio, medidas repetidas, efectos aleatorios, productividad en plantaciones.

INTRODUCCIÓN

La calidad de sitio es la base para el desarrollo de los sistemas de clasificación de terrenos de acuerdo con su capacidad productiva (Mora y Meza, 2003a) y se define como el potencial de producción de madera de un sitio para una determinada especie, donde a mejor calidad, mayor producción (Clutter *et al.*, 1983). El índice de sitio (IS) se define como la altura promedio de los árboles dominantes y codominantes (100 árboles ha⁻¹) a una edad base

*Autor responsable ❖ Author for correspondence.

Recibido: Noviembre, 2009. Aprobado: Noviembre, 2010.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 45: 135-145. 2011.

ABSTRACT

Site index curves serve to classify lands in function of their productive capacity for a forest species. In this study, linear and non-linear models were used to develop site index curves for teak (*Tectona grandis* L. F.) in the western plains of Venezuela using data from permanent and temporary plots that cover more than 30 years of measurement. The Schumacher model, in its linear and non-linear forms, was fit using variants of fixed and mixed effects. The analysis of the results showed better fit of the non-linear mixed models than of the other models in terms of bias and precision, suggesting the convenience of using models that consider repeated measurements in the same plot. The site index curves generated show the dominant height growth variability of this species in Venezuela in the areas that are appropriate for its establishment under traditional management.

Key words: *Tectona grandis* L. F., site quality, site index curves, repeated measurements, random effects, plantation productivity.

INTRODUCTION

Site quality is the basis for the development of systems of land classification based on its productive capacity (Mora and Meza, 2003a). It is defined as the site's potential for wood production of a given species, in which the better the quality, the more the production (Clutter *et al.*, 1983). Site index (SI) is defined as the average height of the dominant and co-dominant trees (100 trees ha⁻¹) at a base age (Torres and Magaña, 2001), assuming that 1) the dominant height in a monospecific, even-aged stand is little affected by density (trees ha⁻¹), 2) growth in dominant height of the stand will follow a given pattern, and 3) the dominant height correlates well with volumetric production (Clutter *et al.*, 1983). The base age permits labeling the SI

(Torres y Magaña, 2001) considerando: 1) la altura mayor en un rodal monoespecífico y coetáneo es poco afectada por la densidad (árboles ha^{-1}), 2) el crecimiento en altura mayor del rodal seguirá un patrón determinado y 3) la altura mayor tiene buena correlación con la producción volumétrica (Clutter *et al.*, 1983). La edad base permite etiquetar las curvas de IS, pudiendo fijarse como el turno de aprovechamiento (Clutter *et al.*, 1983) o el máximo de la curva de incremento medio en altura (Zepeda y Rivero, 1984). Los métodos para desarrollar IS se describen en Clutter *et al.* (1983), Torres y Magaña (2001) y Avery y Burkhart (2001), pero su construcción e interpretación aún se investigan. Es el caso de la selección de modelos matemáticos (Mora y Meza, 2003b), métodos de construcción de familias de curvas (Torres, 2006) y métodos de estimación de los parámetros (García, 2006). Los modelos de IS poseen uno o más parámetros a estimar a partir de los datos disponibles. Estos parámetros pueden ser globales, comunes a todos los rodales, o locales, específicos para cada rodal (García, 2006). La estimación de parámetros se ha realizado con modelos de regresión lineal y no lineal de efectos fijos que asumen normalidad, igualdad de varianzas e independencia de los residuos. Sin embargo, cuando los datos provienen de mediciones repetidas en el tiempo o espacio sobre las mismas unidades experimentales (por ejemplo, árboles o parcelas), como en las parcelas permanentes y datos de análisis troncal, la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos no corresponde con los supuestos de los modelos de regresión clásicos, ya que no es posible aleatorizar el factor temporal o espacial, violándose el supuesto de independencia de los errores (Schabenberger y Pierce, 2002). Además, los modelos de altura-edad se caracterizan por aumentar las varianzas de los residuos al aumentar la edad (heteroscedasticidad).

Los modelos mixtos permiten representar apropiadamente la estructura de la matriz de varianzas-covarianzas (Σ) asociada con prácticamente cualquier conjunto de datos al incorporar efectos aleatorios, diferentes de los asociados con el término de error. La forma general de estos modelos es:

$$y = f(X, \theta, b, \varepsilon)$$

donde y es un vector de observaciones (variable dependiente), f denota una función lineal o no lineal

curves and can be fixed as the harvest age (Clutter *et al.*, 1983) or the peak of the mean height increment curve (Zepeda and Rivero, 1984). The methods for developing SI are described in Clutter *et al.* (1983), Torres and Magaña (2001), and Avery and Burkhart (2001), but their construction and interpretation are still being studied. This is the case in mathematical model selection (Mora and Meza, 2003b), methods of constructing families of curves (Torres, 2006), and methods of estimating parameters (García, 2006). Site index models possess one or more parameters for estimating based on available data. These parameters can be global, common to all stands, or local, specific for each stand (García, 2006). Estimation of parameters has been done with fixed-effect linear and non-linear regression models that assume normality, variance equality and residual independence. However, when the data originate from repeated measurements over time or space in the same experimental units (for example, trees or plots), such as in permanent plots and data from stem analysis, the structure of the residuals variance-covariance matrix does not meet the assumptions of classical regression models since it is not possible to randomize the factor time or space, and thus the assumption of error independence is violated (Schabenberger and Pierce, 2002). Moreover, the height-age models are characterized by increasing the variances of the residuals as age increases (heteroscedasticity).

Mixed models enable us to appropriately represent the structure of the variance-covariance (Σ) matrix associated with practically any set of data when random effects other than those associated with the error term are incorporated. The general form of these models is:

$$y = f(X, \theta, b, \varepsilon)$$

where y is a vector of observations (dependent variable), f denotes a linear or non-linear function in the parameters, X is a design matrix, θ is a vector of fixed-effects parameters, b is a vector of random effects that models the heterogeneity among experimental units, and ε is an error vector.

The objectives of this study were 1) to evaluate the relative performance of linear and non-linear models with fixed effects and mixed effects to represent SI curves using the Schumacher (1939) model fitted

en los parámetros, X es una matriz de diseño, θ es un vector de parámetros de efectos fijos, b un vector de efectos aleatorios que modela la heterogeneidad entre unidades experimentales y ε un vector de errores.

Los objetivos de este estudio fueron: 1) evaluar el desempeño relativo de modelos lineales y no lineales, con efectos fijos y efectos mixtos para representar curvas de IS, usando el modelo de Schumacher (1939) ajustado a datos provenientes de redes de parcelas permanentes y temporales, abarcando más de 30 años de medición y 2) con la variante de mejor desempeño, generar una familia de curvas de índice de sitio actualizada para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. F.) en los Llanos Occidentales de Venezuela.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los Llanos Occidentales de Venezuela tienen un área de unos 60 000 km² con una altitud entre 80 y 100 m, una precipitación promedio anual de 1600 a 2500 mm, con una estación seca de enero a abril, y una temperatura media anual de 26 °C. La vegetación original es un Bosque Seco Tropical (Ewel *et al.*, 1976). Existen aproximadamente 3000 ha plantadas con teca en Venezuela, en suelos de banco y sub-banco, de textura franco-arenosa-limosa, débilmente estructurados y de moderado a bien drenados.

Los datos provienen de plantaciones realizadas en diversas localidades y son mediciones realizadas en parcelas permanentes experimentales de aclareo y rendimiento y en parcelas temporales de inventario con muestreo sistemático, conformando un conjunto de datos longitudinal, espaciado irregularmente y no balanceado (Cuadro 1). Los espaciamientos iniciales variaron de 2×2 a 4×4 m, así como los regímenes de aclareo (0 a

to data from networks of permanent and temporary plots covering more than 30 years of measurement and 2) with the variant of better performance, to generate an updated family of site index curves for teak (*Tectona grandis* L. F.) plantations in the western plains of Venezuela.

MATERIALS AND METHODS

The western plains of Venezuela cover an area of around 60 000 km² with an altitude between 80 and 100 m, average yearly precipitation between 1600 and 2500 mm with a dry season from January to April and mean annual temperature of 26 °C. The original vegetation is tropical dry forest (Ewel *et al.*, 1976). There are approximately 3000 ha planted with teak in Venezuela, in river bank or sub-bank soils of silty sandy loam texture, weakly structured and moderately drained to well drained.

The data are from plantations established in diverse localities and consist of thinning and yield measurements taken in permanent experimental plots and in temporary plots from systematic sampling inventories, comprising a set of longitudinal irregularly spaced and unbalanced data (Table 1). Initial spacing varied from 2×2 to 4×4 m as did thinning regimes (0 to 4). Density at the moment of measurement varied from 200 to 2400 trees ha⁻¹. Dominant height (m) was measured with a hypsometer. Measurements were done from 1974 to 2005, usually between March and May, at the end of the dry season.

Fitting the models

To compare the performance of the mixed models against fixed-effects models, in both linear and non-linear variants, a guide curve was fit for the dominant height in function of age using the Schumacher model (Schumacher, 1939).

Cuadro 1. Características de las parcelas de medición.

Table 1. Characteristics of the measured plots.

Localidad	Tipo [†]	Superficie (m ²)	n [‡]	Edad (años)	Mediciones [§]
Caparo 1	P	600-1600	28	2 - 30	2-16
Caparo 2	P	250	28	25 - 32	2
Caparo 3	T	250	64	25 - 32	1
Caparo 4	T	250	57	12 - 13	1
Ticoporo 1	T	1000	44	8 - 12	1
Ticoporo 2	T	250	514	17 - 24	1
Ticoporo 3	T	800	88	5 - 9	1
Ticoporo 4	P	250	30	17 - 19	2
Apure	T	250	92	4 - 5	1

[†]P: parcelas permanentes, T: parcelas temporales; [‡]n: número de parcelas medidas; [§]Mediciones: número de años con mediciones ❖ [†]P: permanent plots; T: temporary plots; [‡]n: number of plots measured; [§]Measurements: number of years with measurements.

4). La densidad al momento de las mediciones varió entre 200 y 2400 árboles ha⁻¹. La altura mayor (m) se midió con hip-sómetro. Las mediciones se realizaron de 1974 a 2005, usualmente entre marzo y mayo al final de la estación seca.

Ajuste de modelos

Para comparar el desempeño de los modelos mixtos respecto a los modelos de efectos fijos, en las variantes lineal y no lineal, se ajustó una curva guía para la altura mayor en función de la edad usando el modelo de Schumacher (Schumacher, 1939):

$$H_m = \alpha \cdot \exp(\beta / E) \quad (1)$$

donde H_m es la altura dominante, E es la edad de la plantación y α , β son parámetros a estimar. Este modelo puede linealizarse tomando logaritmos naturales:

$$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E) \quad (2)$$

Una versión generalizada del modelo es:

$$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E^\gamma) \quad (3)$$

donde γ es un parámetro a estimar (Nanang y Nunifu, 1999), siendo $\gamma=1$ para el modelo (1).

El modelo de Schumacher posee características deseables para describir adecuadamente los patrones de crecimiento en altura dominante observados en masas forestales, utilizando sólo dos parámetros: α que representa la altura máxima (asíntota) y β , la tasa de cambio de crecimiento en altura con la edad.

Se probaron tres modelos lineales con distinta estructura de la matriz Σ : 1) lineal con efectos fijos y estructura clásica de Σ , 2) lineal mixto con Σ del tipo simetría compuesta y 3) lineal mixto con Σ del tipo autoregresivo para tiempos continuos; y tres modelos no lineales; 4) de efectos fijos, 5) con efecto aleatorio sobre α y 6) con efecto aleatorio sobre α y sobre β (Cuadro 2).

Los modelos 1 a 3 se ajustaron con el procedimiento MIXED y los modelos 4 a 6 con el procedimiento NLMIXED (SAS v. 9.0, SAS Institute Inc., 2004). Para evaluar el ajuste de los modelos se utilizaron pruebas de razón de máxima verosimilitud: logaritmo de verosimilitud ($-2\log L$), criterio de información de Akaike (CIA); Akaike corregido (CIAC); y criterio bayesiano de información de Schwartz (CBIS). Los tres últimos compensan las diferencias en los grados de libertad surgidas de la especificación de modelos con diferente estructura (De los

$$H_m = \alpha \cdot \exp(\beta / E) \quad (1)$$

where H_m is the dominant height; E is the plantation age; and α , β are parameters to be estimated. This model can be linearized by taking natural logarithms:

$$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E) \quad (2)$$

A generalized version of the model is:

$$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E^\gamma) \quad (3)$$

where γ is a parameter to be estimated (Nanang and Nunifu, 1999), being $\gamma=1$ for model (1).

The Schumacher model has characteristics that are desirable for adequately describing patterns of growth in dominant height observed in forest masses using only two parameters: α , which represents maximum height (asymptote), and β , the rate of change in height growth with age.

Three linear models were tested with different structures of the Σ matrix 1) linear with fixed effects and classic structure for Σ ; 2) mixed linear with Σ compound symmetry type; 3) mixed linear with self-regressive Σ for continuous times type; and three non-linear models; 4) fixed effects; 5) with random effect on α ; 6) with random effect on α and on β (Table 2).

Models 1 to 3 were fit with the MIXED procedure and models 4 to 6 with the NLMIXED procedure (SAS v. 9.0, SAS Institute Inc., 2004). To evaluate the fit of the models, maximum likelihood ratio tests were used: likelihood logarithm ($-2\log L$), Akaike information criterion (AIC); corrected Akaike (CAIC); and Schwartz Bayesian information criterion (SBIC). The latter three compensate for the differences in degrees of freedom that arise from models with different structures (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006). In these criteria, the lower the value, the better the fit, since a difference of three to five units implies a much higher probability that the model with the lowest criterion value is the most appropriate. However, these criteria do not permit comparison of the models where the dependent variable is on a different scale. For this reason, in the linear models $\ln(H_m)$ was transformed into H_m to evaluate the models on the same scale by means of bias and precision statistics. To measure bias, the mean deviation of the residuals was calculated: $(MD = 1/n \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i))$, where y_i and \hat{y}_i are observed and predicted values, respectively, for each plot and n is the number of observations; and the mean of the absolute values (MDA) is similar to MD, except that we take $|y_i - \hat{y}_i|$. A fit index $(IA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2})$

Cuadro 2. Variantes del modelo Schumacher ($\gamma=1$) usadas para ajustar los datos.
Table 2. Variants of the Schumacher model ($\gamma=1$) used to fit data.

Modelo	Forma funcional [†]	Covarianza de los residuos
1	$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E^\gamma) + \varepsilon$	Independiente
2	$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E^\gamma) + Zu + \varepsilon$	Simetría Compuesta
3	$\ln(H_m) = \alpha + \beta \cdot \ln(1 / E^\gamma) + Zu + \varepsilon$	Autocorrelación de orden 1
4	$H_m = \alpha \cdot \exp(\beta / E^\gamma) + \varepsilon$	Independiente
5	$H_m = (\alpha + u) \cdot \exp(\beta / E^\gamma) + \varepsilon$	Independiente
6	$H_m = (\alpha + u) \cdot \exp((\beta + v) / E^\gamma) + \varepsilon$	Independiente

[†] H_m : altura mayor (m); E : edad (años); α, β : efectos fijos; u, v : efectos aleatorios; ε : residuos; exp: número e ; ln: logaritmo natural ❖
[†] H_m : dominant height (m); E : age (years); α, β : fixed effects; u, v : random effects; ε : residuals; exp: e number; ln: natural logarithm.

Santos-Posadas *et al.*, 2006). En estos criterios, a menor valor, mejor el ajuste, siendo que una diferencia de tres a cinco unidades implica una probabilidad mucho más alta de que el modelo de menor valor del criterio sea el más apropiado. Sin embargo, éstos no permiten comparar entre modelos donde la variable dependiente está en diferente escala. Por ello, en los modelos lineales se transformó $\ln(H_m)$ a H_m para evaluar los modelos sobre una misma escala mediante estadísticos de sesgo y precisión. Para medir el sesgo, se calculó la desviación media de los residuos: $(MD = 1/n \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i))$, donde y_i y \hat{y}_i son valores observados y predichos respectivamente para cada parcela y n es el número observaciones; y la media de los valores absolutos (MDA) similar a MD excepto que se toma $|y_i - \hat{y}_i|$. Un índice de ajuste $(IA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2})$ se calculó como medida de la precisión de los modelos (Mayer y Butler, 1993). El IA es análogo al coeficiente de determinación R^2 , pero varía entre $-\infty$ y 1, con 1 indicando un ajuste perfecto (Kvålseth, 1985). No se validaron los modelos dividiendo el conjunto de datos original, debido a que este es pequeño y podría perderse información que mejoraría considerablemente el ajuste (Kozak y Kozak, 2003). En estos casos, se recomienda obtener nuevos datos antes de la validación (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). Con el modelo de mejor ajuste se generó una familia de curvas anamórficas para delimitar calidades de sitio (Torres 2001).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 3 se muestran las estimaciones de los parámetros para los modelos ajustados. Nótese

was calculated as a measure of precision of the models (Mayer and Butler, 1993). The fit index (FI) is analogous to the coefficient of determination R^2 , but varies between $-\infty$ and 1, where 1 indicates a perfect fit (Kvålseth, 1985). The models were not validated by dividing the set of original data since the set is small and information that would improve the fit considerably might be lost (Kozak and Kozak, 2003). In these cases, obtaining new data is recommended before validation (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). With the best fitting model, a family of anamorphic curves was generated to delimit site qualities (Torres, 2001).

RESULTS AND DISCUSSION

The parameter estimates for the fitted models are shown in Table 3. Note that for models 1 to 3 $\alpha = \ln(\alpha)$, which makes it difficult to interpret the coefficients. In general, the models of mixed effects had smaller standard errors of the estimated parameters; models 2 and 5 were the best in their respective groups.

The results for the maximum likelihood criteria are shown in Table 4. The mixed linear models (2 and 3) were better (more negative values) than the fixed effects models (1). This is the result of specifying the structure of the residuals variance. Although the mixed linear models were better than those of fixed effects since the predictions were unbiased, when the dependent variable $\ln(H_m)$ is transformed into H_m , biased predictions are obtained (Schabenberger and Pierce, 2002). The mixed non-linear models (5 and 6) were superior to the fixed effects non-linear

Cuadro 3. Coeficientes estimados para los modelos. En paréntesis el error estándar. Parámetros: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ son efectos fijos; \hat{u} , $\hat{v} = 0$ son efectos aleatorios con desviación estándar (\hat{su} , \hat{sv}) y covarianza ($\hat{su}\hat{sv}$); (\hat{se}) es la desviación estándar de los residuos.
Table 3. Coefficients estimated for the models. Standard error in parentheses. Parameters: $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ are fixed effects; \hat{u} , $\hat{v} = 0$ are random effects with standard deviation (\hat{su} , \hat{sv}) and covariance ($\hat{su}\hat{sv}$); (\hat{se}) is the standard deviation of the residuals.

Modelo	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	\hat{su}	\hat{sv}	$\hat{su}\hat{sv}$	\hat{se}
1	3.249 [†] (0.009)	-4.202 (0.09)	-	-	-	-
2	3.151 (0.007)	-4.117 (0.05)	-	-	-	-
3	3.166 (0.009)	-4.223 (0.08)	-	-	-	-
4	25.458 (0.23)	-3.84 (0.12)	-	-	-	3.128 (0.07)
5	24.011 (0.16)	-4.265 (0.06)	2.856 (0.01)	-	-	1.152 (0.04)
6	24.941 (0.20)	-4.899 (0.12)	2.555 (0.13)	0.655 (0.09)	0.283 [‡] (0.23)	0.98 (0.04)

[†]Todos los coeficientes estadísticamente significativos ($p \leq 0.0001$) excepto [‡]no significativo [‡]All the coefficients statistically significant ($p \leq 0.0001$) except [‡]not significant.

que para los modelos 1 a 3 $\alpha = \ln(\alpha)$, lo cual dificulta la interpretación de los coeficientes. En general, los modelos de efectos mixtos mostraron menores errores estándar de los parámetros estimados; los modelos 2 y 5 fueron los mejores en sus respectivos grupos.

En el Cuadro 4 se presentan los resultados para los criterios de máxima verosimilitud. Los modelos lineales mixtos (2 y 3) fueron mejores (valores más negativos) que el modelo lineal de efectos fijos (1). Esto es resultado de especificar la estructura de varianzas de los residuos. Aunque los modelos mixtos lineales fueron mejores que el de efectos fijos, ya que las predicciones son insesgadas, al retransformar la variable dependiente $\ln(H_m)$ a H_m se obtienen predicciones sesgadas (Schabenberger y Pierce 2002). Los modelos no lineales mixtos

model, as shown by the goodness of fit criteria (Table 4). The analysis of residuals with equal scales allowed direct comparisons of the models (Figure 1). It can be seen that in non-linear mixed models dispersion of the residuals is much less (-3 and 3) than in the other models (-10 and 10) because in the latter the precise measurement data do not fit well (*i.e.* they underestimate).

Likewise, the measurements of bias and fit index confirm the superiority of the non-linear mixed models (Table 5). The linear models (1 to 3) have considerable bias (MD and MDA) compared with the non-linear mixed models. Also, FI is better ($IA > 0.97$) for the non-linear mixed models (5 and 6) than for the other models. The other models have an $FI < 0.60$; it is notable that

Cuadro 4. Resultados de los criterios de bondad de ajuste. Logaritmo de verosimilitud ($-2\log L$), criterio de información de Akaike (CIA); Akaike corregido (CIAC); criterio bayesiano de información de Schwartz (CBIS).

Table 4. Results of goodness of fit criteria. Likelihood logarithm ($-2\log L$), Akaike information criterion (AIC); Corrected Akaike (CAIC); Schwartz Bayesian information criterion (SBIC).

Modelos	$-2\log L$	CIA	CIAC	CBIS
1	-602	-600	-600	-595
2	-1548	-1544	-1544	-1535
3	-1589	-1585	-1585	-1576
4	5390	5396	5396	5411
5	4393	4401	4401	4419
6	4287	4299	4300	4327

(5 y 6) fueron superiores al modelo no lineal de efectos fijos como muestran los criterios de bondad de ajuste (Cuadro 4). El análisis de residuos con escalas iguales permitió comparaciones directas entre los modelos (Figura 1). Se observa que en los modelos no lineales mixtos la dispersión de los residuales es mucho menor (−3 y 3) que en, los demás modelos (−10 y 10), porque estos últimos no ajustan bien los datos de medidas puntuales (*i. e.* los subestiman).

Asimismo, las medidas de sesgo e índice de ajuste confirman la superioridad de los modelos no lineales mixtos (Cuadro 5). Los modelos lineales (1 a 3) presentan un sesgo considerable (MD y MDA) respecto de los no lineales. También, el IA es mejor ($IA > 0.97$) para los modelos no lineales mixtos (5 y 6) que para los demás modelos. Los otros modelos tienen un $IA < 0.60$; es notorio que la retransformación de los modelos mixtos lineales produjo los peores IA.

Si bien el modelo 6 es mejor que el modelo 5, este último es más simple (β constante, pendientes proporcionales) mientras que los ($\alpha + u$) representan la variación de sitio a sitio. Con los valores predichos de los efectos aleatorios se pueden construir curvas individuales para cada sitio, que serán paralelas y reflejarán la variabilidad estimada entre los α 's.

En la Figura 2a se presenta las curvas guías para cada una de las variantes del modelo. Las curvas de los modelos de efectos fijos (lineal (1) y no lineal (4)) presentan una tasa de aumento más rápida y alcanzan mayores valores de altura dominante con respecto a las de modelos mixtos. Esto se nota claramente a la edad base (16 años), donde estas dos curvas alcanzan en promedio 2 m más de altura que el promedio de las curvas determinadas con modelos mixtos (lineales

the re-transformation of the linear mixed models produced the poorest FI.

Even though model 6 is better than model 5, the latter is simpler (β constant, proportional slopes), while ($\alpha + u$) represent the variation from site to site. With the predicted random effect values, individual curves for each site can be constructed; these will be parallel and will reflect the estimated variability among the α values.

The guide curves for each of the variants of the model is shown in Figure 2a. The fixed effects (linear (1) and non-linear (4)) model curves show a faster rate of increase and reach higher values of dominant height, relative to the mixed models. This is clearly seen at the base age (16 years), when these two curves reach an average of 2 m more in height than the average of the curves determined with the mixed models (linear and non-linear). This difference persists when age increases.

The linear mixed models show the smallest increases (flattest curves). The non-linear mixed models produce intermediate curves. Of these, model 6 tends to have larger increases than model 5. Even though model 6, with both random parameters, has a higher FI than model 5, the latter has less bias, the standard errors of the estimated coefficients are smaller, and fewer random parameters require estimation.

With the guide curve represented by model 5, a family of anamorphic curves was generated for site indexes of 27, 24, 21, 18 and 15 m at the base age of 16 years (Figure 2B).

From among a series of fixed-effects linear and non-linear models, Mora and Meza (2003a) selected the generalized Schumacher model as the best for representing site index curves for teak on the Pacific slope of Costa Rica between a serie of fixed-effect

Cuadro 5. Análisis de residuos. Parámetros estimados ($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$), media de las desviaciones (MD), media de las desviaciones absolutas (MDA), e índice de ajuste (IA).

Table 5. Analysis of residuals. Estimated parameters ($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$), mean of deviations (MD), mean of absolute deviations (MDA), and fit index (IA).

Modelo	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	MD	MDA	IA
1	25.729	−4.202	0.26	2.66	0.58
2	23.359	−4.117	1.90	2.87	0.43
3	23.715	−4.230	1.77	2.82	0.45
4	25.450	−3.840	−0.01	2.65	0.58
5	24.011	−4.265	0.00	0.56	0.97
6	24.942	−4.899	−0.01	0.44	0.98

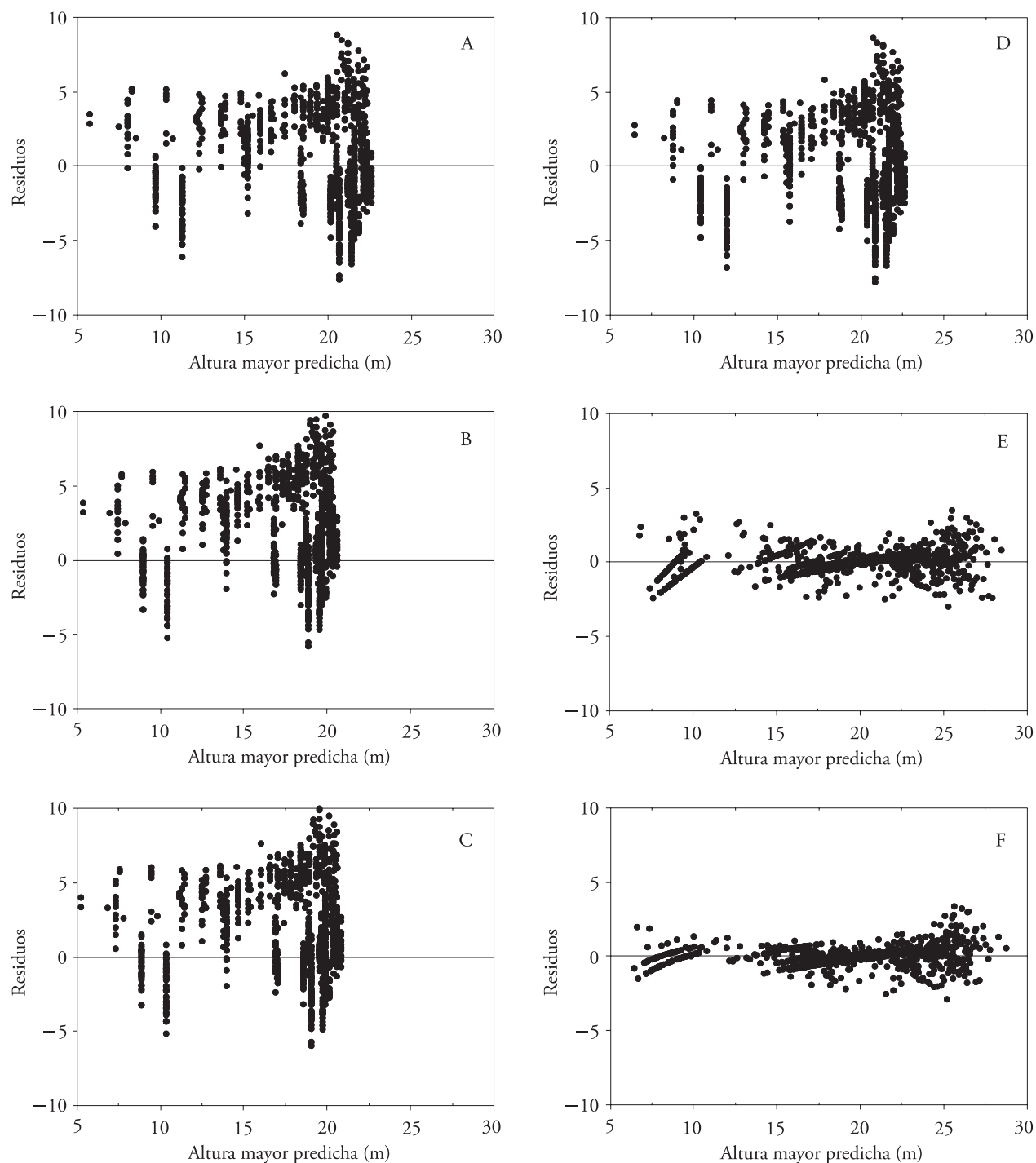


Figura 1. Residuos en función de la altura mayor predicha para los modelos seleccionados. Lineales: A) efectos fijos; B) efectos mixtos simetría compuesta; C) efectos mixtos autoregresivo de orden 1. No lineales: D) efectos fijos; E) efectos mixtos ($\alpha + u$); F) efectos mixtos ($\alpha + u$), ($\beta + v$).

Figure 1. Residuals in function of dominant predicted height for selected models. Linear: A) fixed effects; B) compound symmetry mixed effects; C) first order self-regressive mixed effects. Non-linear: D) fixed effects; E) mixed effects ($\alpha + u$); F) mixed effects ($\alpha + u$), ($\beta + v$).

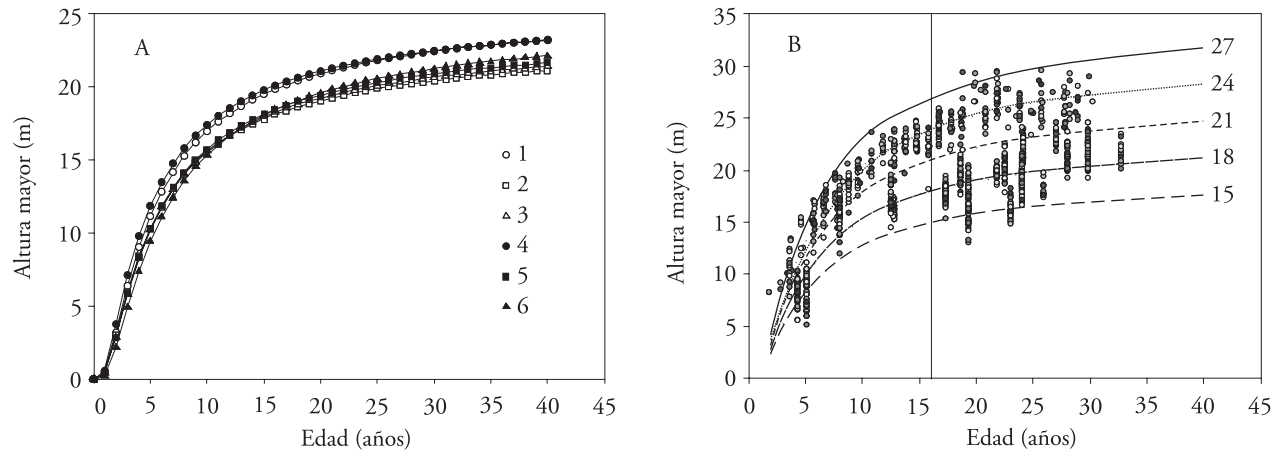


Figura 2. A) Curvas guía para los modelos ajustados; B) Familia de curvas obtenidas a partir del modelo 5 (mixto no lineal, efecto aleatorio en α). Línea vertical: edad base (16 años).

Figure 2. A) Guide curves for fitted models; B) Family of curves obtained from model 5 (non-linear mixed, random effect in α). Vertical line: base age (16 years).

y no lineales); esta diferencia se mantiene al aumentar la edad.

Los modelos lineales mixtos, presentan los menores incrementos, siendo las curvas con mayor aplanamiento. Los modelos no lineales mixtos producen curvas intermedias. De estos, el modelo 6 tiende a tener mayores incrementos que el modelo 5. Si bien, el modelo 6 con ambos parámetros aleatorios tiene un IA más alto que el modelo 5, este último presenta menor sesgo, los errores estándar de los coeficientes estimados son menores, y requiere estimar menos parámetros aleatorios.

Con la curva guía representada por el modelo 5 se generó la familia de curvas anamórficas para índices de sitio de 27, 24, 21, 18 y 15 m a la edad base de 16 años (Figura 2B).

Mora y Meza (2003a) seleccionaron el modelo de Schumacher generalizado como el mejor para representar curvas de índice de sitio para teca en la vertiente del Pacífico de Costa Rica entre una serie de modelos lineales y no lineales de efectos fijos, a partir de datos de parcelas permanentes y análisis fustal. La curva guía que escogieron, sugiere un crecimiento inicial en altura bastante rápido el cual se mantiene relativamente alto sin alcanzar una estabilización del crecimiento, incluso a los 40 años de edad. En cambio, la curva guía obtenida para Venezuela coincide en el crecimiento inicial rápido, pero tiende a estabilizarse hacia los 25 años de edad. Datos recolectados en plantaciones de más de 40 años de edad en Venezuela (no publicados) indican

linear and non-linear models, based on permanent plot data and stem analysis. The guide curve they chose suggests quite rapid initial growth, which remains relatively rapid without reaching a plateau, even at 40 years of age. In contrast, the guide curve obtained for Venezuela coincides in rapid initial growth, but tends to stabilize around 25 years of age. Data collected on plantations more than 40 years old in Venezuela (not published) indicate stabilization in height at these ages (only isolated trees grow more than 30 m high in the best site qualities). This could indicate differences between sites in Venezuela and sites in Costa Rica. Nanang and Nunifu (1999) and Mora and Meza (2003b) observed that the curves obtained by Keogh (1982) from the original Schumacher model tended to reach maximum heights at very early age and thus, they used the generalized model (equation 3) and estimated $\gamma=0.5$ as the optimal value from their data. However, they point out that the poor fit of the original model could have been due to a violation of the assumption on which the ordinary minimum squares fit is based. The results of our study indicate that, although fit of the linearized models improves when mixed effects are incorporated (Table 4), the distribution of the residuals of the re-transformed model shows more bias and poorer fit than the fixed effects model. The poor performance of the linearized models, compared with their non-linear counterparts was also observed by Floriano *et al.* (2006) with data on *Pinus elliotti*.

una estabilización del crecimiento en altura a estas edades (sólo árboles aislados superan 30 m de altura en las mejores calidades de sitio). Esto podría indicar diferencias entre los sitios en Venezuela y los de Costa Rica. Nanang y Nunifu (1999) y Mora y Meza (2003b) observaron que las curvas obtenidas por Keogh (1982) desde el modelo original de Schumacher tendían a alcanzar la altura máxima edades muy tempranas y, por ello, usaron el modelo generalizado (ecuación 3) y estimaron $\gamma=0.5$ como valor óptimo a partir de sus datos. Sin embargo, señalan que el pobre ajuste del modelo original pudo deberse a la violación de los supuestos en que se basa el ajuste por mínimos cuadrados ordinarios. Los resultados del presente estudio indican que aunque el ajuste de los modelos linealizados mejora cuando se incorporan efectos mixtos (Cuadro 4), la distribución de los residuos del modelo retransformado presenta mayor sesgo y peor ajuste que el modelo de efectos fijos. El mal desempeño de los modelos linealizados con respecto a sus contrapartes no lineales también fue observado por Floriano *et al.* (2006) con datos de *Pinus elliotti*.

Las curvas generadas en este estudio sólo pueden considerarse preliminares, ya que presentan limitaciones inherentes a los datos. Específicamente, los datos corresponden mayormente a mediciones temporales, por lo cual no pudo descartarse la existencia de polimorfismo para el crecimiento en altura de la teca. Es posible reparametrizar el modelo a fin de incluir parámetros cuyo valor inicial para los ajustes pueda aproximarse con certeza a partir de los datos, como la altura media estimada a la edad base, en lugar del valor asintótico (Carrero *et al.*, 2008).

El ajuste a los datos mediante modelos mixtos produce cambios en la forma de la curva guía en relación a la curva obtenida cuando se estiman sólo los efectos fijos, ya que la estimación de los efectos aleatorios provee información adicional sobre la estructura de los datos. Esto, permite representar con un mismo modelo diversas formas de patrones de crecimiento y calibrar las curvas de altura dominante para datos de otras plantaciones no incluidas en su construcción (Eerikäinen *et al.*, 2002).

CONCLUSIONES

El patrón de crecimiento en altura mayor para plantaciones de teca en los Llanos de Venezuela

The curves generated in this study are only preliminary since there are inherent limitations in the data. Specifically, the data are mostly from temporary plots, and thus the existence of polymorphism could not be ruled out for growth in height of teak. It is possible to re-parameterize the model to include parameters whose initial value for the fit is, with more certainty, closer to real data such as the estimated average height at base age, instead of the asymptotic value (Carrero *et al.*, 2008).

The fit to the data with mixed models produces changes in the shape of the guide curve relative to the curve obtained when only fixed effects are estimated, since the estimation of the random effect provides additional information on the structure of the data. This allows representation of diverse growth pattern shapes with a single model and calibration of dominant height-age curves for data from other plantations not included in the model construction (Eerikäinen *et al.*, 2002).

CONCLUSIONS

The growth pattern in dominant height for teak plantations in Los Llanos de Venezuela can be described adequately from data from permanent and temporary plots using a non-linear mixed model, with asymptote (α) representing the local parameter:

$$H_m = (24.011 + u) \cdot \exp(-4.265 / E^\gamma)$$

with $u=0$ and $\gamma=1$ for the guide curve. The tendency of the tallest height curve to stabilize at a relatively early age seems to be a characteristic of teak growth in the sites studied in Venezuela, although this should be confirmed with measurements in older stands.

—End of the English version—



puede describirse adecuadamente a partir de datos de parcelas permanentes y temporales mediante un modelo no lineal mixto, con la asíntota (α) representando el parámetro local:

$$H_m = (24.011 + u) \cdot \exp(-4.265 / E^\gamma)$$

con $u=0$ y $\gamma=1$ para la curva guía. La tendencia de la curva de altura mayor a estabilizarse a una edad relativamente temprana parece ser una característica del crecimiento de la teca en los sitios estudiados en Venezuela, aunque esto deberá confirmarse con mediciones a edades más avanzadas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado con fondos del Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de los Andes, Venezuela (Proyecto FO-686-08-01-B). Los autores agradecen al editor y dos revisores que contribuyeron a mejorar el manuscrito.

LITERATURA CITADA

- Avery, T. E., and H. E. Burkhart 2001. Forest Measurements. McGraw-Hill, New York. 480 p.
- Carrero G., M. Jerez, R. Macchiavelli, G. Orlandoni, y J. Stock. 2008. Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela Interciencia 33: 265-272.
- Clutter, J., J. Forston, L. Pienaar, G. Brister, and R. Bailey 1983. Timber Management: A Quantitative Approach. Wiley. USA. 331 p.
- De los Santos-Posadas, H. M., M. Montero-Mata, y M. Kanninen 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. Agrociencia 40: 521-532.
- Diéguez-Aranda, U., H. E. Burkhart, and R. L. Amateis 2006. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations in the United States. For. Sci. 52: 262-272.
- Eerikäinen, K., D. Mabvurira, L. Nshubemuki, and J. Saramäki 2002. A calibratable site index model for *Pinus kesiya* plantations in southeastern Africa. Can. J. For. Res. 32: 1916-1928
- Ewel, J., A. Madríz, y J. Tosi. 1976. Zonas de vida de Venezuela. 2da edición. Ministerio de Agricultura y Cría. Fondo Nac. Invest. Agropecuarias. Caracas, Venezuela. 265 p.
- Floriano, E. P., I. Muller, C. A. Guimarães Finger, y P. R. Schneider 2006. Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. Ciência Florestal 16: 177-199.
- García, O. 2006. Site index: Concepts and methods. In: Cieszewski, C. J., and M. Strub, (eds). Second International Conference on Forest Measurements and Quantitative Methods and Management. Warnell School of Forestry and Natural Resources, University of Georgia, Athens, GA, USA. pp: 275-283.
- Keogh, R. M. 1982. Teak (*Tectona grandis* L. F.) provisional site classification chart for the Caribbean, Central America, Venezuela and Colombia. For. Ecol. Manage. 4: 143-153.
- Kvålseth, T. O. 1985. Cautionary note about R^2 . Amer. Stat. 39: 279-285.
- Mayer, D. G., and D. G. Butler. 1993. Statistical validation. Ecol. Model. 68: 21-32.
- Mora, F., y V. Meza. 2003a. Curvas de índice de sitio para Teca (*Tectona grandis* Linn.) en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica. Seminario y Grupo de Discusión Virtual en Teca. Heredia, Costa Rica. www.una.ac.cr/inisefor. Consulta: Abril 2009.
- Mora, F., y V. Meza. 2003b. Comparación del crecimiento en altura de la Teca (*Tectona grandis*) en Costa Rica con otros trabajos previos y con otras regiones del mundo. Seminario y Grupo de Discusión Virtual en Teca. Heredia, Costa Rica. www.una.ac.cr/inisefor. Consulta: Abril 2009.
- Nanang, D. M., and T. K. Nunifu 1999. Selecting a functional form for anamorphic site index curve estimation Forest Ecology and Management 118: 211-221.
- SAS Institute Inc. 2004. SAS/STAT 9.0. User's Guide. SAS Institute Inc. Cary, NC. 128 p.
- Schabenberger, O., and F. Pierce 2002. Contemporary Statistical Models for the Plant and Soil Sciences. CRC Press. 737 p.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth curve and its applications to timber yield studies. J. For. 37: 819-820.
- Torres, J. M. 2001. Curvas de índice de sitio de forma y escala variables en la investigación forestal. Agrociencia 35: 87-98.
- Torres, J. M., y O. S. Magaña 2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. Ed. Limusa, México. 472 p.
- Zepeda, B., y B. Rivero 1984. Construcción de curvas anamórficas de Índice de Sitio: Ejemplificación del método de Curva Guía. Rev. Ciencia Forestal. 51: 1-38.