

MODIFICACIÓN DEL PENSUM DE ESTUDIOS DE LA MAESTRÍA DE MATEMÁTICAS

1. Los estudios de Maestría en Matemática se registrarán por el sistema de períodos prelación-créditos. Para los efectos de este Reglamento, un crédito equivale al trabajo académico cumplido en una hora semanal de actividades teóricas o de seminarios, o dos horas de prácticas o de laboratorio, durante el período regular de dieciséis (16) semanas.

2. Cada una de las asignaturas del postgrado equivale a cuatro (4) créditos y se dividen en tres áreas (Álgebra/Lógica, Ecuaciones Diferenciales y Análisis/Topología) y tres niveles (CM51, CM52 y CM53):

	Álgebra/Lógica	Ecuaciones Diferenciales	Análisis/Topología
CM51	-Álgebra Lineal	-Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	-Análisis Real -Topología
CM52	-Álgebra -Introducción a la Lógica	-Ecuaciones en Derivadas Parciales -Sistemas Dinámicos	-Análisis Complejo -Análisis Funcional
CM53	-Temas especializados	-Temas especializados	-Temas especializados

3. Para optar al grado de MAGISTER EN MATEMÁTICA se exigirá el cumplimiento de los siguientes requisitos:

- a) Aprobación de un mínimo de veinticuatro (24) créditos en asignaturas del postgrado, distribuidos de la manera siguiente: 4 asignaturas de nivel CM51, 1 asignatura de nivel CM52 y 1 asignatura de nivel CM53.
- b) Presentación, defensa y aprobación de un Trabajo de Grado equivalente a diez (10) créditos.

4. Las asignaturas de los niveles CM51 y CM52 tienen como objetivo fortalecer los conocimientos en las áreas principales de la Matemática. Los contenidos programáticos son los siguientes:

ÁLGEBRA LINEAL

Código	Créditos	Horas
CM511201	4	4 Teóricas

1 Formas Canónicas Elementales

Valores propios. Polinomios anuladores. Triangulación y diagonalización simultánea. Subespacios invariantes. Teorema de descomposición prima.

2 Las formas racional y de Jordan

Subespacios cíclicos y anuladores. Descomposiciones cíclicas y forma racional. La forma de Jordan. Cálculo de factores invariantes.

3 Espacios con producto interno

Productos internos. Espacios con producto interno. Funciones lineales y adjuntas. Operadores unitarios. Operadores normales.

4 Operadores sobre espacios con producto interno

Formas sobre espacios con producto interno. Formas positivas. Teoría espectral.

Referencias

- Kenneth Hoffman y Ray Kunze, Álgebra Lineal. Prentice/Hall (1973).
- Charles Curtis, Linear algebra. An introductory approach. Springer-Verlag (2000).
- Steven Roman, Advanced Linear Algebra. Springer-Verlag (1992).

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Código	Créditos	Horas
CM511701	4	4 Teóricas

1 Teoría general de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO)

Existencia y unicidad. Prolongación de soluciones. Continuidad de las soluciones respecto a los datos iniciales y a parámetros. Derivabilidad de las soluciones respecto a los datos iniciales y a parámetros.

2 Sistemas lineales de EDO

Conceptos y resultados básicos. Sistemas lineales no homogéneos. Sistemas a coeficientes constantes. Construcción de la Solución General. Sistemas a coeficientes periódicos. Teorema de Floquet.

3 Teoría de la estabilidad

Definiciones de estabilidad según Liapunov. Estabilidad para sistemas lineales. Caracterización en términos de autovalores. Sistemas lineales autónomos. Criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz. Estabilidad condicional. Teorema de la variedad estable. Sistemas semi-autónomos. Exponentes de Lyapunov. Teorema de estabilidad de Lyapunov. Sistemas no lineales.

4 Segundo método de Liapunov

Teoremas de estabilidad y estabilidad asintótica. Funciones de Liapunov para sistemas lineales. Inestabilidad de sistemas cuasi lineales.

5 Introducción a los sistemas dinámicos

Clasificación de órbitas y teoremas de Poincaré-Bendixson. Clasificación de puntos críticos para sistemas bi-dimensionales.

Referencias

- Coddinton, E.A, Levinson, N. Theory of Ordinary Differential Equations. Mc Graw-Hill, New York, 1955.
- De Guzmán, M. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Teoría de Estabilidad y Control. Ed. Alhambra , Madrid, 1975.
- Hale, J.K. Ordinary Differential Equations. John Wiley Interscience 1969.
- Hirsch, M., Smale, S. Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press 1974.
- Clark Robinson, Dynamical Systems. Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos. Second Edition, CRC Press 1999.
- Sotomayor, J. Lições de equações diferenciais ordinárias. Projeto Euclides, Rio Janeiro, 1979.

ANÁLISIS REAL

Código	Créditos	Horas
CM511001	4	4 Teóricas

1 Medida e Integración Abstracta

Espacios de medida. Funciones medibles. Integración, Teoremas de convergencia. Medidas signadas. La Descomposición de Hanh. El Teorema de Rodon-Nikodym. La Descomposición de Lebesgue.

2 Medida Exterior: Medida producto

Medida exterior. El teorema de Extensión de una medida. Medibilidad en productos cartesianos. Teorema de Fubini y Teorema de Tonelli.

3 Los Espacios Clásicos de Banach

Espacios Vectoriales normados. Las desigualdades de Hölder y Minkowski. Completación de un espacio vectorial normado. Funciones Lineales y el Teorema de Hanh – Banach. Espacios de Banach y ejemplos. Los espacios L^p . El Teorema de Riesz – Fischer. Funcionales lineales acotados en los espacios L^p . Teorema de Representación de Riesz. Aproximación por funciones continuas. Introducción a los Espacios de Hilbert.

Referencias

- Royden H.L., Real Analysis, The Macmillan Company (1968).
- Folland G., Real Analysis, John Wiley Sons (1984).
- Rudin W., Real and Complex analysis, McGraw-Hill (1966).

TOPOLOGÍA

Código	Créditos	Horas
CM511101	4	4 Teóricas

1 Espacios topológicos y funciones continuas

Espacios topológicos. Bases. Subespacios. Funciones continuas. La topología producto. La topología cociente.

2 Conexidad y compacidad

Espacios conexos. Componentes. Espacios compactos. Espacios con la propiedad de Bolzano-Weierstrass.

3 Axiomas de separación y de numerabilidad

Axiomas de numerabilidad. Axiomas de separación. El lema de Uryshon y el teorema de metrización de Uryshon.

4 El teorema de Tychonoff

El teorema de Tychonoff. Espacios completamente regulares. La compactificación de Stone-Cech.(opcional)

5 Espacios métricos completos y espacios de funciones

Espacios métricos completos. Compacidad en espacios métricos. Convergencia puntual y uniforme. La topología compacta-abierta. Teorema de Ascoli. Teorema de categoría de Baire.

Referencias

- J. Munkres, Topology, Prentice Hall, 1975.

ÁLGEBRA

Código	Créditos	Horas
CM521201	4	4 Teóricas

1 Grupos

Grupos cíclicos. Teorema de Lagrange. Teoremas de Isomorfismos. Acción de un grupo sobre un conjunto. Teoremas de Sylow. Grupos solubles.

2 Anillos

Anillos de integridad y cuerpos. Anillos Cocientes. Anillo de polinomios sobre cuerpos. Ideales máximos e ideales primos. Polinomios irreducibles.

3 Cuerpos y Teoría de Galois

Fórmulas clásicas. Cuerpos de raíces. El grupo de Galois. Raíces de la unidad. Solubilidad por radicales. Independencia de caracteres. Extensiones de Galois. El teorema fundamental de la teoría de Galois. Aplicaciones. El gran teorema de Galois. Discriminantes. El grupo de Galois de cuadráticas, cúbicas y cuárticas.

Referencias

- Joseph Rotman, Galois Theory. 2nd. Edition. Springer-Verlag (2001).
- Ian Stewart, Galois Theory. 3rd. Edition. Chapman & Hall. (2002).
- Thomas Hungerford, Algebra. Springer-Verlag (1974).

INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA

Código	Créditos	Horas
CM521801	4	4 Teóricas

1 Cálculo Proposicional

Semántica: Fórmulas. Valuaciones. Valores de verdad. Modelos. Consecuencia semántica. Sintaxis: Axiomas lógicos y reglas de inferencia. Noción de prueba. Consecuencia sintáctica. Cálculo de secuentes. Teorema de Compacidad y Teorema de Completitud. Aplicaciones: Representación de condicionales y lógicas no monótonas.

2 Cálculo de Predicados

Semántica: Lenguajes, términos y fórmulas. Interpretaciones. Valor de un término en una valuación; valor de verdad de una fórmula en una valuación. Modelos. Consecuencia semántica. Sintaxis: Axiomas lógicos y reglas de inferencia, en particular la regla de generalización y las equivalencias de los cuantificadores ("para todo" en términos de "existe" y viceversa, usando la negación). Noción de prueba. Consecuencia sintáctica. Cálculo de secuentes. Teorema de Compacidad y Teorema de Completitud. Método de Resolución de Robinson. Aplicaciones: Programación Lógica.

Referencias

- Ebbinghaus, H.-D. et al. *Mathematical Logic*. Springer-Verlag. New York, 1994.
- Gallier, J. *Logic for Computer Science*. University of Pennsylvania, 2003.
- Makinson, D. *General Patterns in Nonmonotonic Logic*. In *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, volume III: Nonmonotonic

Reasoning and Uncertain Reasoning. D. Gabbay, G. Hogger and J. Robinson, Eds.
Clarendon Press, Oxford, UK, 1994.

- Robinson, J. A. A machine-oriented logic based on the resolution principle.
Journal of the ACM, 12(1):23-41, January 1965.

ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

Código	Créditos	Horas
CM521701	4	4 Teóricas

1 Fórmulas explícitas para ciertas EDP

Ecuación de Transporte: problema de valores iniciales, problemas no-homogéneos. Ecuación de Laplace: solución fundamental, fórmulas del valor medio, propiedades de funciones armónicas, funciones de Green, métodos de energías. Ecuación de Calor: solución fundamental, principio de Duhamel, propiedades de las soluciones, métodos de energías. Ecuación de Onda: solución por promedios esféricos, principio de Duhamel, métodos de energías.

2 EDP No-Lineales de Primer Orden

Integrales completas. Características. Introducción a las ecuaciones de Hamilton-Jacobi: cálculo de variaciones, transformada de Legendre, fórmula de Hopf, soluciones débiles y unicidad. Introducción a leyes de conservación: ondas de choques y la condición de entropía, fórmula de Lax-Oleinik, soluciones débiles y unicidad, el problema de Riemann, comportamiento asintótico en el tiempo.

3 Otras Formas de Representación

Separación de variables. Soluciones autosimilares: ondas planas y viajeras, similaridad bajo reescalamiento. Transformada de Fourier. Transformada de Laplace. Transformación de EDP no-lineales en EDP lineales: transformación de Hopf-Cole, funciones potenciales, transformación de Hodograph y Legendre. Representación por series: superficies características, teorema de Cauchy-Darboux-Kovalevskaya.

Referencias

- Evans, Lawrence C., Partial Differential Equations, AMS Press, 1998.
- Friedman, A., Partial Differential Equations of Parabolic Type, Prentice-Hall, 1964.
- John Fritz, Partial Differential Equations, AMS 1, Fourth Edition, Springer-Verlag, New York, 1982.
- Strauss, Walter A., Partial Differential Equations, an introduction, John Wiley & Sons Inc, New York, 1992.
- Tikhonov, A.N. and Samarskii A.A., Equations of Mathematical Physics, Pergamon Press, Elmsford, New York, 1963. Springer-Verlag, New York, 1982.

SISTEMAS DINÁMICOS

Código	Créditos	Horas
CM521702	4	4 Teóricas

1 Introducción a la definición y ejemplos básicos

Rotaciones del círculo. Endomorfismos expansivos del círculo. Mapas cuadráticos. Shifts y Subshifts. Transformación de Gauss. Automorfismos del Toro. Herraduras. Solenoides. Flujos y EDOs.

2 Propiedades básicas

Recurrencias, conjuntos límites, transitividad topológica, mezclado topológico, expansividad.

3 Introducción a la hiperbolicidad

Definición, conjuntos estables e inestables. Estabilidad (sin pruebas).

4 Introducción a la ergodicidad, ergodicidad de automorfismos torales hiperbólicos

5 Introducción a las bifurcaciones de puntos fijos y bifurcaciones homoclínicas.

Referencias

- C. Robinson: Dynamical Systems. Stability, dynamics and Chaos. CRC Press 1999.
- Alligood, Sauer & Yorke: Chaos, an introduction to dynamical systems. Springer 1997.

- Palis & deMelo: Geometric Theory of Dynamical Systems: An introduction. Springer 1982.
- Guckenheimer & Holmes: Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. Springer 1983.

ANÁLISIS COMPLEJO

Código	Créditos	Horas
CM521001	4	4 Teóricas

1 Breve repaso de las propiedades elementales de las funciones holomorfas

El plano Complejo: operaciones, distintas representaciones de los números complejos. El plano Complejo Extendido. Funciones Analíticas, ecuaciones de Cauchy-Riemann, Transformaciones conformes, series de potencias, las funciones exponencial, seno y coseno. Integración Compleja. Desarrollo de Taylor. Teorema de valor medio. Principio del máximo. Determinaciones de Logaritmo. Singularidades aisladas. Residuos. Principio del argumento. Teorema de la aplicación abierta.

2 Funciones Armónicas

Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Fórmula Integral de Poisson. Propiedad del Valor Medio. Funciones Armónicas Positivas.

3 Principio de Módulo Máximo

Lema de Schwartz. El problema de Dirichlet. Método de Phragmen-Lindelof. Teorema de Hausdorff-Young. Un recíproco del teorema de Módulos Máximo.

4 Aproximación por Funciones Racionales

Teorema de Runge. Teorema de Mitta-Leffler. Regiones simplemente conexas.

5 Aplicaciones Conformes

Transformaciones de Mobius. Familias Normales. Teorema de la Aplicación de Riemann. Aplicaciones conformes de un anillo.

6 Ceros de Funciones Analíticas

Productos Infinitos. Teorema de Factorización de Weirstrass. Formula de Jensen.

Productos de Blaschke. Teorema de Muntz-Szasz.

7 Teoría Elemental de Espacios H^p

Funciones Subarmónicas. Los Espacios H^p y N . El Espacio H^2 . Teorema de F. y M. Riesz. Teoremas de Factorización. El Operador traslacción. Funciones Conjugadas

Referencias

- Ahfors, L. V.: "Complex Analysis" McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
- Halmos, P. R.: "Naive Ste Theory" D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. J., 1950.
- Rudin, W.: Real and Complex Analysis Tata McGraw-Hill Publishing Co. 1979.
- Conway, J. B.: Complex Analysis , Springer.

ANÁLISIS FUNCIONAL

Código	Créditos	Horas
CM521002	4	4 Teóricas

1 Conjuntos Convexos y Desigualdades en Espacios Vectoriales

Desigualdades Básicas. Bases, Subespacios. Conjuntos Convexos. Espacios Normados. Operadores Lineales en Espacios Normados. Espacios de Hilbert. Funcionales Lineales. EL Teorema de Hahn Banach. Espacio Dual. Espacios Reflexivos

2 Consecuencias del Teorema de Categoría de Baire

El Teorema de Categoría de Baire. El Teorema de la Aplicación abierta. El Teorema del Gráfico Cerrado. Subespacios Complementados de un Espacio de Banach. El Principio de Acotación Uniforme

3 Topologías Débiles

Dualidad. Dual de un Subespacio y Espacios Cociente. Teorema de Banach-Alaouglu. Reflexividad. Separabilidad y Metrizableidad. Teorema de Krein-Milman.

4 Operadores Lineales en Espacios de Banach

El Adjunto de un Operador. Operadores Compactos. Subespacios Invariantes. Operadores Débilmente Compactos.

5 Álgebras de Banach y Teoría Espectral de Operadores en Espacios de Banach

Propiedades Elementales y Ejemplos. Ideales y Cocientes. El Espectro. Calculo Funcional. Espectro de un Operador Lineal.

Referencias

- Conway, J. B. , A Course in Functional Analysis, second Edition
GTM, Springer-Verlag, N.Y., 1990.
- Cotlar M. & Signoli R., An Introduction To Functional Análisis
North Holland, Ámsterdam, 1974.
- Douglas, R. G., Banach Algebras Techniques in Operador Theory,
Second Edition GTM, Springer-Verlag, N.Y., 1998.
- Bollobas, B. Linear Análisis, An Introductory Course, Second Edition, CMT,
Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1990.

5. Las asignaturas de nivel CM53 son cursos especializados en un área de la Matemática. Los tópicos ofrecidos son los siguientes:

Álgebra/Lógica

CM531201 Teoría Algebraica de Grafos

CM531202 Teoría Espectral de Grafos e Índices Topológicos

CM531203 Teoría de Matrices

CM531204 Teoría de Anillos y Módulos

CM531205 Grupos y Grafos

CM531206 Grafos y Combinatoria

CM531801 Lógicas no Monótonas

CM531802 Dinámica del Conocimiento

CM531803 Teoría Descriptiva de Conjuntos

Ecuaciones Diferenciales

CM531701 Semigrupos de Operadores y Aplicación

CM531702 Teoría de Control Lineal

CM531703 Teoría de Control no Lineal

CM531704 Ecuaciones Diferenciales Funcionales

CM531705 Análisis Funcional no Lineal

CM531706 Bifurcaciones

CM531707 Introducción a la Dinámica Compleja

CM531708 Introducción a los Flujos Geodésicos

CM531709 La Dinámica de los Sistemas Competitivos

CM531710 Introducción a las Ecuaciones Integrales

Análisis/Topología

CM531001 Análisis y Probabilidades

CM531002 Teoría Espectral

CM531003 Teoría de Operadores

CM531004 Teoría de Funciones de varias Variables Complejas

CM531005 Geometría de Espacios de Banach

CM531006 Cálculo Diferencial en Espacios de Banach

CM531101 Topología Algebraica

CM531102 Tópicos en Topología

CM531103 Espacios Vectoriales Topológicos

La Comisión de Postgrado decidirá sobre la inclusión de otras asignaturas de nivel CM53 no mencionadas anteriormente.

6. Para cursar asignaturas de nivel CM52 o CM53, el estudiante debe haber cumplido al menos ocho (8) créditos en materias de nivel CM51.

7. El trabajo de grado constituye la evaluación final de la Maestría de Matemáticas. Su objetivo es promover en el estudiante la creatividad y el espíritu de investigación, estimular la capacidad de estudio independiente y profundizar en el estudio de un tema especializado.

En general la tesis de maestría es expositiva, no es necesariamente una contribución original al conocimiento. Sin embargo, el estudiante deberá escribir con claridad y precisión un trabajo vinculado con las materias cursadas, donde demuestre dominio del conocimiento adquirido y habilidad para organizar y sintetizar los resultados de uno o varios artículos de Matemáticas.

El estudiante deberá presentar de modo conciso el proyecto de su tesis a la Comisión de Postgrado, en el que constará:

- Título tentativo;
- Una descripción general que indique la naturaleza del proyecto;

- Una revisión preliminar de la literatura que ubique el problema en un contexto matemático y posiblemente histórico;
- Una descripción más detallada sobre los objetivos del proyecto en el área específica de interés;
- El método propuesto para desarrollar el proyecto;
- Un plan de trabajo para la elaboración del proyecto;
- Firmas del estudiante y el tutor aprobando el proyecto propuesto de tesis.

Las áreas posibles para desarrollar un trabajo de grado son:

CM611000 Trabajo de grado en Análisis

CM611100 Trabajo de grado en Topología

CM611200 Trabajo de grado en Álgebra

CM611700 Trabajo de grado en Ecuaciones Diferenciales

CM611800 Trabajo de grado en Lógica

La Comisión de Postgrado decidirá sobre otras áreas no mencionadas anteriormente para la elaboración del Trabajo de Grado.